

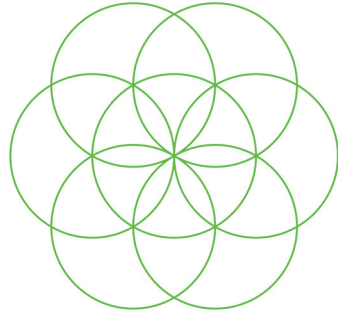
Der Mensch in Kreis und Quadrat.

Der vitruvianische Mensch,
Federzeichnung von Leonardo da Vinci, um 1490

Inhalt:

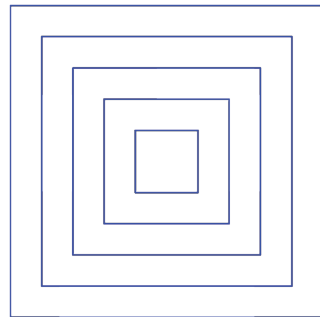
Der Kreis

S. 6



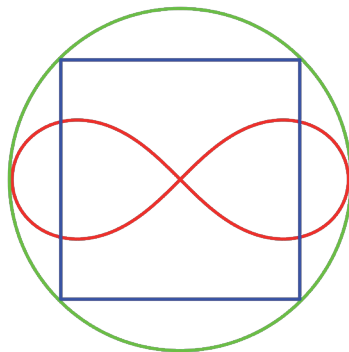
Das Quadrat als Bild der Vier

S. 38



Die Verbindung von
Kreis und Quadrat

S. 52



*„... nicht um Neues zu entdecken, sondern um das Entdeckte nach meiner Art anzusehen.“
J. W. v. Goethe*

Einführung

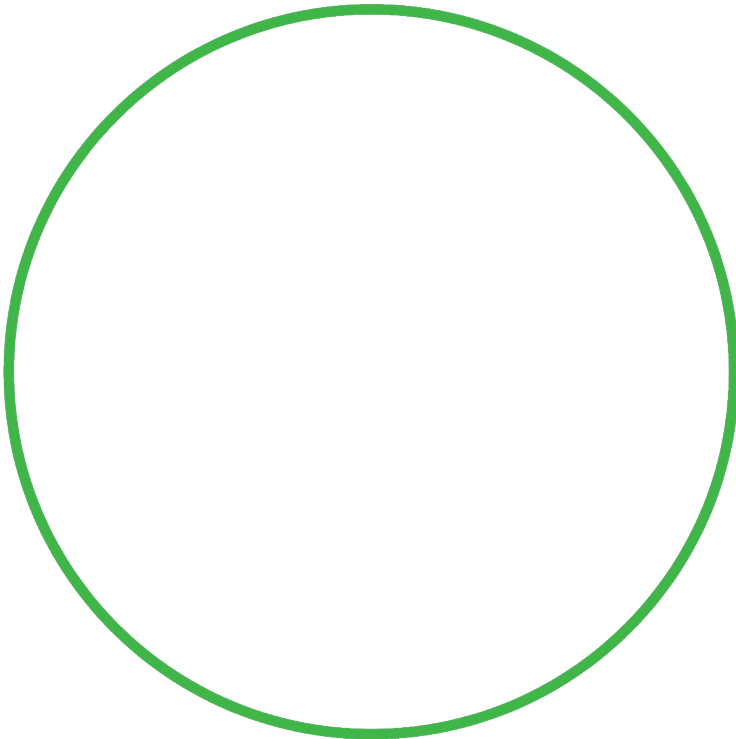
Die vorliegende Broschüre enthält drei Abschnitte. Der erste behandelt die geometrische Grundform der Kreislinie, die in ihrer gleichmäßigen Krümmung den Inbegriff des Runden darstellt. Ausgehend von der Überzeugung, dass sich in geometrischen Grundformen wie dem Kreis etwas Bedeutsames für den Menschen ausdrückt, wird die Kreisform in ihrer Ästhetik, ihren mathematischen Gesetzmäßigkeiten und ihrem Bezug zur Umgebung betrachtet. Fragen und Übungen sollen die Empfindungsfähigkeit stärken. Gedanken von Geisforschern ermöglichen darüber hinaus einen andersartigen, in die Tiefe der Seele reichenden Zugang zum Kreis. Es folgen Beispiele für Anwendungen in der Raumgestaltung durch Kreise und davon abgeleitete Kurven.

Der zweite Abschnitt hat die Zahl Vier in Verbindung zum Menschen als Thema. Die Zahl Vier und ihr bildhafter Ausdruck, das Quadrat mit seinen rechten Winkeln, findet sich in vielerlei Zusammenhängen der äußeren, sinnlichen Welt und erscheint geradezu als Bild der Materie. Insbesondere der rechte Winkel spielt eine dominierende Rolle in der Architektur und bei vielen Gegenständen von Menschenhand. Die Vier lässt sich in zwei Paare gliedern. Bei einer besonderen Lage von zwei Punktepaaren auf einer Geraden sprechen die Mathematiker bezeichnender Weise von harmonischer Lage.

Die geometrische Grundform des Quadrats, das ein elementares Beispiel für eine geradlinig begrenzte Fläche darstellt, steht im Gegensatz zur Kreisform, dem Paradebeispiel für eine runde Form. In einem dritten Abschnitt wird der Frage nach einer möglichen Verbindung dieser beiden Formen nachgegangen. Aus beiden zusammen können die Goldene Spirale und eine andere bedeutsame Linie, die Lemniskate, konstruiert werden. Schon in der griechischen Antike stellte sich die Frage nach einem Zusammenhang der beiden Flächenformen in dem klassischen Problem der Quadratur des Kreises.

Diese Gedanken sind, mit Ausnahme derjenigen von Heinz Grill, nicht neu. Ein Ziel dieser Arbeit ist es, das eigene, innere Erleben bei der Beschäftigung mit geometrischen Formen anzuregen, Bezüge herzustellen und, soweit möglich, ohne komplizierte Formeln die tieferen Inhalte und Qualitäten von wesentlichen mathematischen Begriffen näher zu bringen. Insbesondere die zitierten Gedanken aus geistiger Forschung verbinden geometrische Grundbegriffe mit dem Menschen selbst, wodurch sie für jeden eine Bedeutung erlangen, ganz unabhängig vom Grad der mathematischen Vorbildung.

Der Kreis



*„Die Urform des Kreises
stellt das aufnehmende Prinzip
durch das Verbindende und Umschließende dar.“*

Heinz Grill

Der Kreis als geometrische Grundform

Die wohl vollkommenste geometrische Form in der Zeichenebene ist der Kreis. Wer empfindet diese gleichmäßig runde, hochsymmetrische Figur nicht als edel und schön? Die Kreisform scheint für den Menschen nicht ganz unwichtig zu sein. Beispielsweise wurde sie von Zen-Kalligraphen wieder und wieder mit einem Pinselschwung gemalt und das nicht nur als handwerkliche Geschicklichkeitsübung. (1)

Welche Bedeutung kommt dem Kreis zu? Wie können wir eine Empfindung zum Kreis entwickeln? Wo treten Kreise in der Natur auf? Wo in der Technik? In der Kunst? In der Kulturgeschichte? Was haben Geistforscher in Bezug auf den Kreis ausgesagt? Was drückt sich in dieser besonderen Form aus? Denn in irgendeiner Weise sollte sich die innere Bedeutung in der äußeren Form widerspiegeln.

Unmittelbar im Vordergrund steht das gleichmäßig Runde und zugleich das in sich Geschlossene. Ein Kreis hat keinen Anfang und kein Ende. Man kann sich endlos auf der Kreislinie fortbewegen. Nach jeder Umdrehung wiederholt sich etwas Früheres, schon da Gewesenes, zyklisch eben. Kein Punkt der Kreislinie unterscheidet sich vom anderen. Der einzige ausgezeichnete Punkt ist der Mittelpunkt, aber der liegt gerade nicht auf der Kreislinie. Im Kreis bestehen dynamische Polaritäten zwischen Mitte und Rand, sowie zwischen dem eingeschlossenen Kreisinneren und dem unbegrenzten Äußeren. (2)

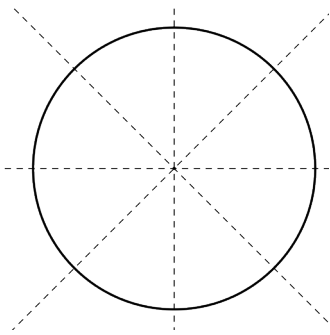
Im Folgenden werde ich Ihnen wiederholt Übungen vorschlagen, die Ihnen helfen können, Ihr Erleben zu vertiefen und dem Wesen des Kreises näher zu kommen.

Zeichnen Sie Kreise mit der freien Hand, indem Sie eine Malkreide oder einen Bleistift wie eine Kreide in die Hand nehmen, sich zunächst die Kreislinie vorstellen und dann über dem Papier mehrfach die kreisende Bewegung ausführen. Erleben Sie das immer weiter Kreisende. Senken Sie erst danach die Malkreide zum Papier und zeichnen Sie aus diesem Schwung heraus mehrmals die gleichmäßige Rundung. Erleben Sie bewusst die Rundheit der Form und das Wiederkehrende.

Haben Sie im Uhrzeigersinn oder in der Gegenrichtung gezeichnet?

Erinnern Sie sich an Situationen, in denen Sie mit mehreren Menschen in einem Kreis stehen. Wie ist die Beziehung zu den anderen Menschen verglichen mit Situationen, in denen Sie einer anderen Person gegenüber stehen, z.B. bei der Begrüßung, oder anderen Situationen, in denen Sie hintereinander stehen, z.B. in einer Warteschlange (vgl. [11])?

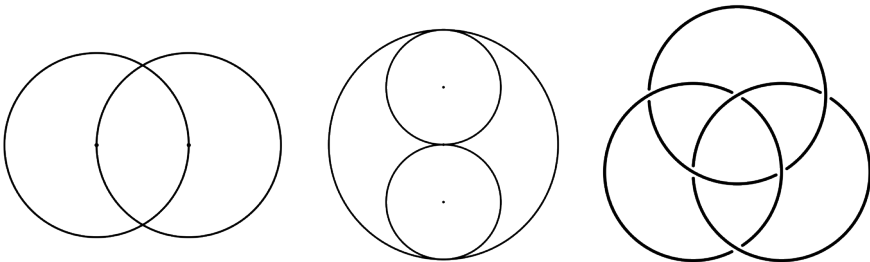
Ästhetische Zeichnungen mit Kreisen



Beginnen wir, indem wir uns der Kreislinie mit einigen einfachen Zeichnungen annähern und dadurch mit ersten geometrischen Eigenschaften vertraut werden. Betrachten wir die verschiedenen Symmetrien. Jede Gerade durch den Mittelpunkt ist eine Symmetrieachse. Der Kreis ist symmetrisch bezüglich beliebiger Drehungen um seinen Mittelpunkt und zu diesem auch punktsymmetrisch. Damit ist der Kreis eine Linienform mit höchster Symmetrie.

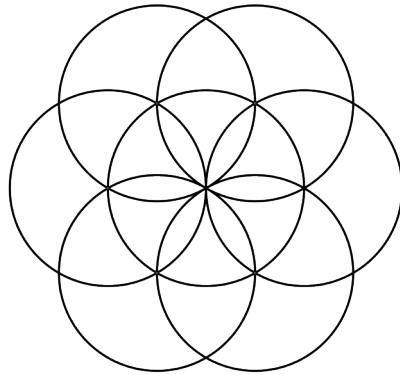
Zu einem ersten Kreis gibt es mehrere naheliegende Fortsetzungen, beispielsweise einen zweiten Kreis mit gleichem Radius zu zeichnen, der durch den Mittelpunkt des ersten Kreises verläuft oder einen berührenden Kreis gleicher Größe oder einen Kreis halber bzw. doppelter Größe. Auf eine mögliche Symbolik soll hier nicht eingegangen werden.

Lassen Sie die Formen ganz unbefangen auf sich wirken oder, noch besser, zeichnen Sie die Figuren mit dem Zirkel selber. Die Kreise können auch als ineinander verflochtene Ringe gezeichnet werden.

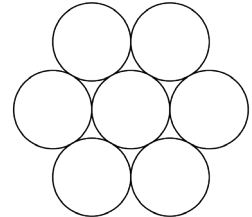


Wird die Konstruktion um einen zentralen Kreis herum fortgesetzt, indem man einen Schnittpunkt des vorigen Kreises mit dem Zentralkreis jeweils als neuen Mittelpunkt nimmt, entsteht diese schöne blütenartige Figur. Hier zeigt sich schon ein erster Zusammenhang des Kreises zur Zahl sechs.

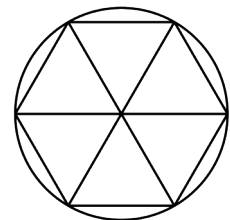
An dieser Zeichnung kann Genauigkeit geübt werden. Sie können die Form auch farbig gestalten.



Nehmen Sie gleich große Münzen und legen Sie diese an eine mittlere an, so dass sie sich berühren. Ist es nicht erstaunlich, dass die letzte Münze ganz genau zur mittleren und zur ersten äußeren dazu passt? Wieder bilden sechs Kreise einen Kranz. Werden Sie sich Ihres Staunens bewusst, bevor Sie zur mathematischen Begründung weiterschreiten, die daraus etwas Zwangsläufiges macht.



Die Ursache liegt darin, dass eine ganze Drehung 360° also $6 \cdot 60^\circ$ beträgt. Das Sechseck lässt sich in sechs gleichseitige Dreiecke (d.h. alle drei Seiten sind gleich lang und alle drei Winkel betragen 60°) zerlegen. Die beiden vorigen Figuren entstehen, indem die Ecken des Sechsecks sowie der Mittelpunkt als Kreismittelpunkt gewählt werden. Der Kreisradius ist entweder eine ganze oder eine halbe Dreieckseite.



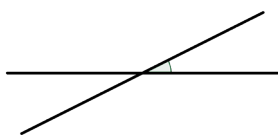
Nehmen Sie einen Zirkel und zeichnen Sie spielerisch Kreise auf ein Blatt. Entwerfen Sie selber verschiedene Ornamente aus Kreisbögen!

Der Kreis in Bezug zu den Grundmaßen Abstand und Winkel

Die einfachste mathematische Kreisdefinition besagt: Ein Kreis besteht aus allen Punkten (in der Zeichenebene), die den gleichen Abstand von einem Punkt, nämlich dem Kreismittelpunkt, haben. Auf diese Festlegung stützt sich das gebräuchliche Werkzeug um einen Kreis zu zeichnen, der Zirkel. Mit Kreis soll also im Folgenden die gezeichnete Kreislinie gemeint sein. Die Fläche des Kreisinneren wird auch Kreisscheibe genannt.



Die beiden elementaren Bausteine der Geometrie in der Zeichenebene sind Punkte und Geraden. Betrachten wir zwei beliebige Punkte. Die einfachste Frage in Bezug auf diese ist, wie weit sie von einander entfernt sind. Diese Abstandslänge wird z.B. in cm angegeben.

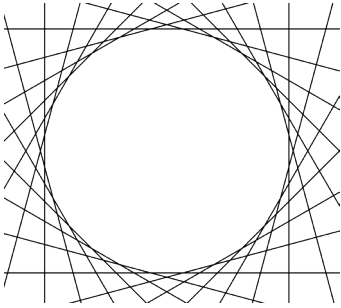


Betrachten wir nun zwei Geraden. Die Frage nach dem Abstand macht hier keinen Sinn (außer wenn sie parallel sind), da sie sich in einem Punkt schneiden. Ein sinnvolles Maß für ihre Abweichung von einander ist, wie sehr sie gegeneinander gedreht sind, also ihr Schnittwinkel, z.B. in Grad gemessen.

Die beiden grundlegenden Maße sind also Abstand und Winkel. Der Abstand beziffert den Unterschied des Orts, hingegen der Winkel den Unterschied der Richtung. In Bezug auf Bewegungen gesehen hat der Abstand mehr mit einer geradlinigen Vorwärtsbewegung zu tun, der Winkel mehr mit einer Drehbewegung. Im Hinblick auf die wahrnehmenden Sinne könnte man auch sagen, der Abstand wird vom Tastsinn oder mit der Bewegung des Abschreitens wahrgenommen, der Winkel vom Sehsinn, nämlich als Blickwinkel, unter dem etwas erscheint.

Welche Lagebeziehung kann es zwischen einem Kreis und einer Geraden geben? Ein Sonderfall ist sicherlich, wenn die Gerade genau durch den Kreismittelpunkt geht. Sie ist dann eine Symmetrieachse für den Kreis.

Kreise aus Tangenten



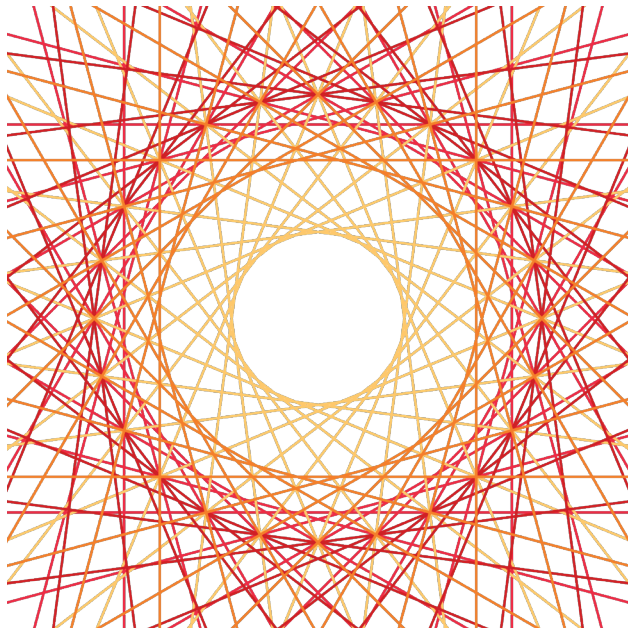
Zeichnet man eine Vielzahl von Tangenten an einen Kreis, so lässt sich die Kreisscheibe wahrnehmen, ohne dass die Kreislinie überhaupt eingezeichnet wird. Gleichzeitig rückt das Umfeld des Kreises viel mehr in die Aufmerksamkeit. Wenn die Tangenten mit gleichen Winkeln gezeichnet werden, entstehen im Kreisäußeren wieder regelmäßige Strukturen. Der Kreis erscheint wie eine Aussparung in der unendlich großen, ausgefüllten Ebene.

Man kann sich auch vorstellen, dass die Geraden von weit außen kommend bis zur Berührung des Kreises herangeschoben werden, der Kreis also aus der Peripherie und nicht aus dem Mittelpunkt entsteht. (4)

Sehr schöne Zeichnungen entstehen, wenn auf einem großen Kreis 24 Punkte in gleichen Abständen markiert werden und von diesen ausgehend Linien zu den Nachbarpunkten gezogen werden, wobei jeweils eine feste Anzahl von Punkten übersprungen wird. Auf diese Weise entstehen neue, kleinere Kreise (genau genommen Vielecke).

Schüler ab der 6. Klasse können mit verschiedenen Farben experimentieren und nebenbei ihre Genauigkeit, Konzentration und Ausdauer üben.

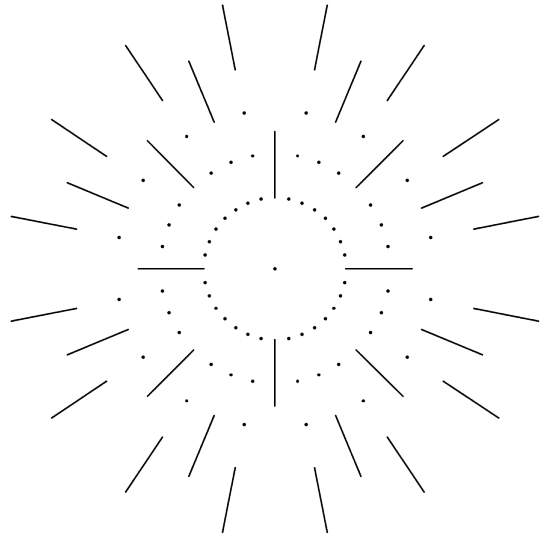
Tangentenkreise



Kreis vom Umfeld außen

Ganz anders wird der „Kreis aus dem Umfeld“ von Heinz Grill dargestellt.

*„Die Gewohnheit lässt immer einen Kreis aus seinem Mittelpunkt entstehen. Das menschliche Dasein aber entsteht nicht aus der Materie und drängt sich in den Umkreis hinein, sondern es entwickelt sich aus Geisteshöhen, organisiert sich zu einem Bewusstsein und dieses findet schließlich in einem Mittelpunkt sein Zentrum.“
[9, S.28f]*

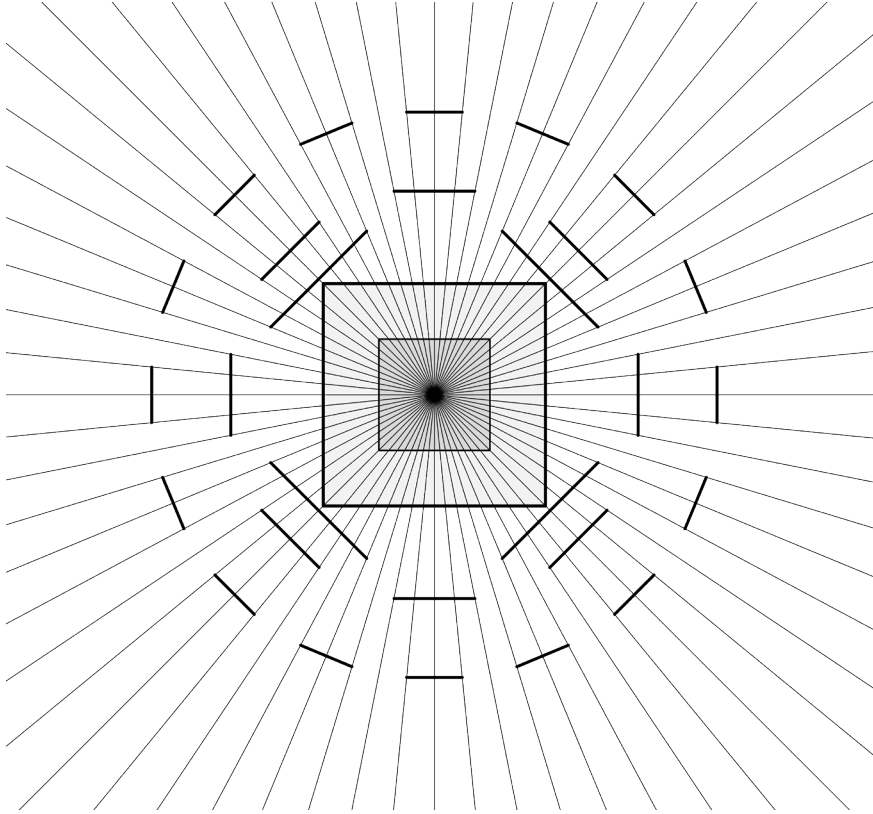


Kreis aus der Peripherie

Grundsätzlich ist dabei zu beachten, dass es sich bei den Aussagen von Heinz Grill (das Gleiche gilt für Rudolf Steiner) um Forschungsergebnisse handelt, die er aus seiner langjährigen Auseinandersetzung mit der geistigen Welt erarbeitet hat. Diese Resultate lassen sich nicht aus unseren sinnlichen Erfahrungen oder unserem gewöhnlichen Denken hervorbringen. Denn sie beziehen sich auf eine Seinsebene jenseits der uns vertrauten materiellen Welt, die aber doch mit dieser in enger Verbindung steht. Solche Aussagen ergänzen unsere übliche Anschauung um eine qualitativ andere Dimension. Durch geeignete Bemühungen kann jeder Mensch einen Erkenntnisinn für geistiges Schauen mehr und mehr entwickeln. Da die Angaben der Geistesforscher sich auf eine andere Seinsebene beziehen und aus einer anderen Erkenntnishaltung heraus entstanden sind, sollen sie auch nicht leichtfertig mit unserem Alltagsdenken vermischt werden.

Betrachten Sie die obige Zeichnung mit dem Gedanken der Bewegung von außen nach innen. Welche Kraft oder welche Dimension oder was ist es, das von außen nach innen wirkt?

Das Quadrat als Bild der Vier



„Die Materie im Sinnbild des Quadrates zieht sich nach innen zu ihrem eigenen Mittelpunkt und somit in die Tiefe zurück, während im Umkreis auf neue Weise ein Achteck und schließlich eine weitere Entwicklung zu einem 16- und 32-Eck, die kreisähnlich erscheinen, aufersteht.“

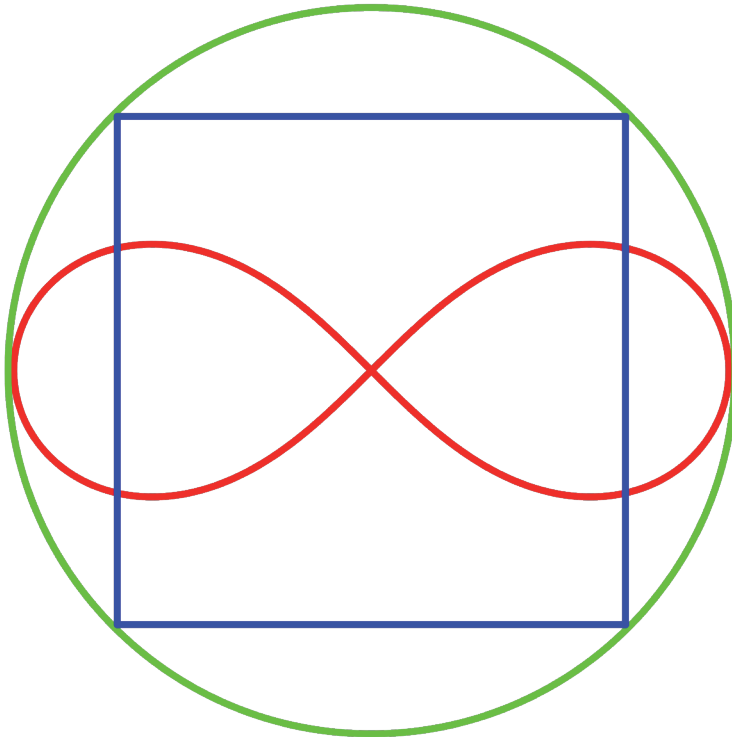
Heinz Grill

Die Vier als die Zahl der sichtbaren Schöpfung

Bei allen mathematischen Betrachtungen ist es mir ein Anliegen, nicht nur zu einem intellektuellen Verständnis der einzelnen Thematik zu gelangen, sondern sie darüber hinaus in ihrem größeren, bildhaften Zusammenhang zu sehen, was sogleich den Menschen mit ins Spiel bringt. Gemäß der Aussage von Rudolf Steiner [18, S.105]: „*Begreifen können wir aber in der Welt nicht anders, als dass wir das eine auf das andere beziehen*“ soll die Vier als Zahl und in ihren geometrischen Erscheinungen in Bezug zum Menschen untersucht werden. Dabei zeigen sich zwei Hauptrichtungen. Einerseits kann die Vier als die Zahl der materiellen Welt, der wir Menschen mit unserem Leib angehören, gesehen werden. Andererseits gibt es auch Hinweise auf eine Verknüpfung des ganzen Menschen insbesondere des Herzens und des Ichs mit der Vier. Ausgehend von sieben Entwicklungsstufen markiert die Vier die bedeutsame Mittelposition. Nach Rudolf Steiner [16, S.58] besitzt der Mensch heute vier Wesensglieder, den physischen Leib, den Ätherleib oder Lebensleib, der die Lebensprozesse wie Wachstum und Heilung bewirkt, den Astralleib oder Bewusstseinsleib mit den seelischen Aktivitäten des Denkens, Fühlens und Wollens, sowie das Ich, das geistige, schöpferische Selbst des Menschen, wodurch rein von der Anzahl schon eine erste auffällige Verbindung des Menschen zur Vier besteht.

Während die Zahl Drei mehr einer göttlichen Sphäre zugehört, wie wir an der christlichen Dreifaltigkeit oder der göttlichen Dreiheit Brahma, Vishnu und Shiva im Hinduismus und an Hand anderer Beispiele sehen können, verweist die Vier auf die äußere Welt. Das zeigt sich in den vier Himmelsrichtungen, den vier Jahreszeiten, den vier Naturreichen Mineralreich, Pflanzenreich, Tierwelt und Menschheit. So wie der Mensch cholerisch, sanguinisch, phlegmatisch oder melancholisch sein kann, sahen die alten Griechen in der Außenwelt die vier Elemente Feuer, Luft, Wasser und Erde. Ernst Bindel beschreibt, wie die Vier auch im Periodensystem der chemischen Elemente zu finden ist [5, S.324ff], das nach der modernen Wissenschaft den Bauplan der Materie aufzeigt. Rudolf Steiner [15, S.176f] nennt die Vier „die Zahl der Schöpfung“ und verweist darauf, dass unsere Erde in ihrer vierten großen Entwicklungsphase ist (11). Er fährt fort: „*Alles, was in der Schöpfung sichtbar hervortritt, steht im Zeichen der Vierheit.*“

Die Verbindung von Kreis und Quadrat



*„Die Seele ist das mittlere Glied in unserem menschlichen Dasein.
Sie ist gewissermaßen das Bindeglied zwischen dem manifestierten Körper
und dem unmanifestierten Geist.“*

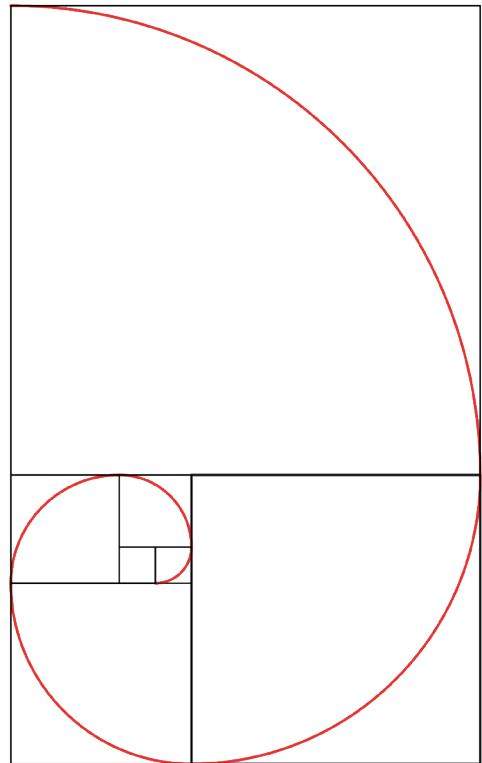
Heinz Grill

Die Goldene Spirale – Wachstum mit Quadrat und Viertelkreis

Diese Spirale ergibt sich aus Viertelkreisen. Die Quadrate haben Seitenlängen 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 ... das sind die Zahlen der Fibonacci-Folge, d.h. $1+1=2$, $1+2=3$, $2+3=5$, $3+5=8$... Teilt man eine Fibonacci-Zahl durch die nächstgrößere, so nähert sich das Ergebnis immer besser dem Wert des Goldenen Schnitts 0,618... an: $3:5 = 0,6$, $5:8 = 0,625$, $8:13 = 0,615$...

Die Fibonacci-Folge ist eine ganzzahlige Annäherung an stetiges Wachstum, bei dem der Zuwachs einen festen Anteil (Prozentsatz) der vorhandenen Menge beträgt. Diese Art von Wachstum findet bei der Verzinsung mit Zinseszins und insbesondere beim Wachstum im lebenden Bereich (z.B. Bakterienzahl) statt. Solche Spiralen (genauer gesagt ihre Idealform, die schwerer zu konstruierende logarithmische Spirale) treten bei Schneckenhäusern, Satellitenfotos über Tiefdruckgebieten oder in der Astronomie bei Spiralgalaxien in Erscheinung.

Die Spirale ist ein Bild für die Entfaltung nach außen, oder, in der anderen Richtung betrachtet, für eine Annäherung zum Zentrum. Sie beschreibt eine Wiederholung, die mit einer Entwicklung verbunden ist, denn nach einer Umdrehung ist man doch nicht genau am selben Ort.



Welche Empfindungen weckt die Spirale bei Ihnen?

Geht die Bewegung für Sie eher nach außen oder zum Zentrum hin?